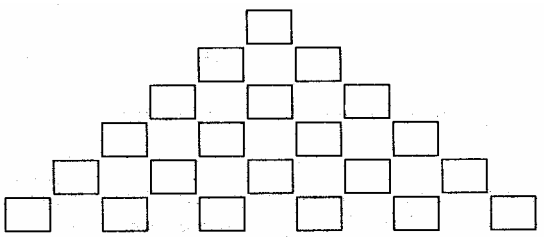
單元 2： 正整指數的二項式定理

特定目標：

1. 認識 n! 及 C_r^n 的符號。
2. 利用二項式定理展開正整指數的二項式。

內 容	時 間 分 配	教 學 建 議
2.1 n! 及 C_r^n 的符號	1	教師應介紹 n! 和 C_r^n 的定義。排列和組合的概念只宜向能力較高的學生提及。0!=1 亦應以定義方式提出。教師應讓學生認識 C_r^n 的其他記號法，如 ${}_nC_r$ 及 $\binom{n}{r}$ 。 學生應能驗證 $C_r^n = C_{n-r}^n$ 及 $C_{r-1}^n + C_r^n = C_r^{n+1}$ 。在證明後者時，教師宜指導學生由左方開始證明至右方為止。 類似下面的例子可供參考： *例* 若 $C_{n+1}^{18} = C_{2n-1}^{18}$，試求 n 的可能值。
2.2 帕斯卡三角形	1	教師可著學生以直接乘法展開 $(a+b)^2$、 $(a+b)^3$、 $(a+b)^4$ 和 $(a+b)^5$。然後將各展開式中的係數填入下面的空格中： $(a+b)^0$ $(a+b)^1$ $(a+b)^2$ $(a+b)^3$ $(a+b)^4$ $(a+b)^5$ 

內 容	時 間 分 配	教 學 建 議
2.3 利用帕斯卡三角形展開二項式	2	教師應引導學生發現每個係數都可以用 C_r^n 的形式寫出及帕斯卡三角形的特性如 $C_r^n = C_{n-r}^n$， $C_0^n = 1$， $C_n^n = 1$ 及 $C_{r-1}^n + C_r^n = C_r^{n+1}$ 。 學生應可利用帕斯卡三角形去展開$(a+b)^n$，其中正整數 $n \le 5$。教師可提供以下的例子： *例一* (a) 按 x 的升冪序展開 $(2x+3)^4$, (b) 按 x 的降冪序展開 $(3x^2-1)^5$。 *例二* 試求 $(2x^3 - \frac{1}{3x^2})^5$ 展開式中的常數項。
2.4 正整指數的二項式定理	4	教師可用帕斯卡三角形證明正整指數的二項式定理。這個定理的證明方法應是一個讓學生重溫數學歸納法的好機會。 在$(x+y)^n$的展開式中，學生應可發現 (*a*) 總共有$(n + 1)$項及 (*b*) 按 x 的降冪表達時，第$(r + 1)$項是 $C_r^n x^{n-r} y^r$ 。 在二項式的展開式中，教師無須引入最大值項和係數間的關係。教師可用以下的例子： *例一* 展開 (*a*) $(2x+3y)^4$ (*b*) $(3x - \frac{2}{x})^5$ *例二* 試求 $(3 - \frac{x}{2})^6(1+x)^5$ 展開式中 x^3 的係數。

內 容	時 間 分 配	教 學 建 議
		例三 在 $(1+ax)(1+bx)^6$ 的展開式中，x 和 x^2 的係數分別是 0 和 $-\frac{21}{4}$，試求 a 和 b 的值。 雖然多項式的展開可重複應用二項式定理，但教師不宜教授三項以上的展開方法。以下的例子可給予學生作為練習： *例四* 按 x 的升冪，展開 $(1-2x+3x^2)^3$。 *例五* 試求 $\left(1+\frac{1}{2x}-3x\right)^4$ 展開式中的常數項。 教師可向能力較高的學生指出，負整指數的二項展開式亦有一類似的二項式定理，惟不宜再深入探討。.
	8	